ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

Vilaisavanh LEUANGLITH

ĐỊNH LÝ THÁC TRIỂN HỘI TỤ ĐỐI VỚI HỌ CÁC ÁNH XẠ CHUẨN TẮC

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2015

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

Vilaisavanh LEUANGLITH

ĐỊNH LÝ THÁC TRIỂN HỘI TỤ ĐỐI VỚI HỌ CÁC ÁNH XẠ CHUẨN TẮC

***Chuyên ngành*: Toán giải tích**

***Mã số:* 60.46.01.02**

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học: PGS. TS. PHẠM VIỆT ĐỨC

THÁI NGUYÊN - 2015

LỜI CAM ĐOAN

Luận văn này là sự nghiên cứu độc lập của tôi dưới sự hướng dẫn của PGS.TS Phạm Việt Đức, các tài liệu tham khảo trong luận văn là trung thực. Luận văn chưa từng được công bố trong bất cứ công trình nào.

Tác giả

Vilaisavanh LEUANGLITH

LỜI CẢM ƠN

Luận văn được hoàn thành tại Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên. Trong quá trình làm luận văn, em đã nhận được sự hướng dẫn tận tình của PGS. TS. Phạm Việt Đức. Em xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới thầy đã luôn chỉ bảo tận tình, hướng dẫn và giúp đỡ em để em có thể hoàn thành luận văn. Đồng thời em cũng xin phép gửi tới các thầy cô giáo trong khoa Sau đại học và khoa Toán – Trường Đại học Sư phạm – Đại học Thái Nguyên lời cảm ơn chân thành vì đã quan tâm và tạo mọi điều kiện thuận lợi để em hoàn thành tốt luận văn của mình.

Xin cảm ơn các bạn học viên lớp cao học toán K21 đã luôn động viên, chia sẻ khó khăn và giúp đỡ tôi trong suốt quá trình học tập tại trường.

Cuối cùng, tôi xin cảm ơn tới những người thân trong gia đình đã luôn động viên, quan tâm giúp đỡ tôi trong quá trình học tập.

Bản luận văn chắc chắn sẽ không tránh khỏi những khiếm khuyết, vì vậy em rất mong nhận được những ý kiến đóng góp của các thầy cô để luận văn được hoàn chỉnh hơn.

Thái Nguyên, tháng 6 năm 2015

Tác giả

Vilaisavanh LEUANGLITH

MỤC LỤC

MỞ ĐẦU

Một trong những kết quả quan trọng của giải tích phức hyperbolic là định lý thác triển hội tụ Noguchi phát biểu như sau: *''Cho X là không gian con phức, compact tương đối và nhúng hyperbolic trong không gian phức Y. M là đa tạp phức và A là divisor có giao chuẩn tắc trên M. Giả sử*

$$f_n : M \setminus A \to X$$

là dãy các ánh xạ chỉnh hình, hội tụ đều trên các tập compact của $M - A$ tới ánh xạ chỉnh hình

$$f : M \setminus A \to X.$$

Giả sử $\tilde{f}_n, \tilde{f}$ tương ứng là các thác triển chỉnh hình của f_n, f từ M vào Y. Khi đó $\tilde{f}_n \to f$ trong $H(M,Y)$ ''. Đã có nhiều nhà toán học quan tâm, nghiên cứu mở rộng định lý thác triển hội tụ định lý Noguchi lên các trường hợp khác nhau. Mục đích của đề tài này là trình bày chi tiết kết quả của J. E. Joseph và M. H. Kwach năm 1997 về mở rộng định lí thác triển hội tụ Noguchi đối với họ các ánh xạ chuẩn tắc.

Bố cục của luận văn được chia làm hai chương.

Chương 1: Một số kiến thức chuẩn bị.

Nội dung của chương này là trình bày một số kiến thức cơ bản của giải tích phức hyperbolic. Đồng thời, trình bày một số kết quả về định lí thác triển hội tụ của Noguchi đối với ánh xạ chỉnh hình.

Chương 2: Định lí thác triển hội tụ đối với họ các ánh xạ chuẩn tắc.

Đây là nội dung chính của luận văn. Phần đầu chương trình bày về ánh xạ chuẩn tắc và một số tính chất của nó. Phần tiếp theo là một số định lí thác triển hội tụ đối với họ các ánh xạ chuẩn tắc.

CHƯƠNG 1
MỘT SỐ KIẾN THỨC CHUẨN BỊ

1.1. Giả khoảng cách Kobayashi trên không gian phức

1.1.1. Khoảng cách Bergman – Poincaré trên đĩa đơn vị

Giả sử $D = \{z \in \mathbb{C}, |z| < 1\}$ là đĩa đơn vị mở trong $\mathbb{C}$.

Xét ánh xạ $\rho_D : D \times D \to \mathbb{R}^+$ xác định bởi:

$$\rho_D(a,b) = \ln \frac{1 + \left|\dfrac{a-b}{1-\bar{b}a}\right|}{1 - \left|\dfrac{a-b}{1-\bar{b}a}\right|};\ \forall a,b \in D.$$

Ta có ρ_D là một khoảng cách trên D và gọi đó là khoảng cách Bergman – Poincaré trên đĩa đơn vị.

1.1.2. Giả khoảng cách Kobayashi trên không gian phức

1.1.2.1. Định nghĩa

Giả sử X là một không gian phức, x và y là hai điểm tùy ý của X. $H(D,X)$ là tập tất cả các ánh xạ chỉnh hình từ đĩa đơn vị D vào không gian phức X được trang bị tôpô compact mở.

Xét dãy các điểm $p_0 = x, p_1, ..., p_k = y$ của X, dãy các điểm $a_1, a_2, ..., a_k$ của D và dãy các ánh xạ $f_1, f_2, ..., f_k$ trong $H(D,X)$ thỏa mãn

$$f_i(0) = p_{i-1}, f_i(a_i) = p_i,\ \forall i = 1,2,...,k.$$

Ta gọi một dây chuyền chỉnh hình γ nối x với y là tập hợp :

$\gamma = \{p_0, ..., p_k, a_1, ..., a_k, f_1, ..., f_k\}$ thỏa mãn các điều kiện trên.

Ta đặt $L_\gamma = \sum_{i=1}^{n} \rho_D(0, a_i)$ và định nghĩa $d_X(x,y) = \inf L\gamma$ trong đó infimum lấy theo tất cả các dây chuyền chỉnh hình γ nối x với y.

Dễ thấy d_X thỏa mãn các tiên đề về giả khoảng cách, tức là:

i) $d_X(x,y) \geq 0,\ \forall x,y \in X$.

ii) $d_X(x,y) = d_X(y,x),\ \forall x,y \in X$.

iii) $d_X(x,z) \leq d_X(x,y) + d_X(y,z),\ \forall x,y,z \in X$.

Nói cách khác d_X là một giả khoảng cách trên X. Giả khoảng cách d_X được gọi là giả khoảng cách Kobayashi trên không gian phức X.

1.1.2.2. Tính chất

Ta dễ dàng chứng minh các tính chất sau của d_X:

i) $d_D = \rho_D$ và $d_{D^n}((z_i),(w_j)) = \max\limits_{j=\overline{1,n}} \rho(z_i, w_j)$ với mọi $(z_i),(w_j) \in D^n$.

ii) Nếu $f: X \to Y$ là ánh xạ chỉnh hình giữa các không gian phức X và Y thì $d_X(p,q) \geq d_Y(f(p),f(q)),\ \forall p,q \in X$.

Từ đó suy ra rằng nếu $f: X \to Y$ là song chỉnh hình thì:

$$d_X(p,q) = d_Y(f(p),f(q)),\ \forall p,q \in X.$$

iii) Đối với một không gian phức X tùy ý , hàm khoảng cách d_X là lien tục trên $X \times X$.

iv) Nếu X và Y là các không gian phức thì với mọi $x_1, x_2 \in X$ và $y_1, y_2 \in Y$ thì ta có:

$$max\ \{d_X(x_1,x_2), d_Y(y_1,y_2)\} = d_{X\times Y}((x_1,y_1),(x_2,y_2)).$$

1.2. Giả khoảng cách tương đối Kobayashi

1.2.1. Định nghĩa

Giả sử Y là không gian phức và X là không gian con phức compact tương đối trong Y.

Đặt

$$F_{X,Y} = \{ f \in H(D,Y) \,|\, f^{-1}(Y \setminus X) \text{ gồm có nhiều nhất 1 điểm} \}$$

Ta định nghĩa giả khoảng cách tương đối $d_{X,Y}$ trên $\overline{X}$ tương tự như giả khoảng cách Kobayashi d_Y trên Y, nhưng chỉ dùng các dây chuyền chỉnh hình thuộc $F_{X,Y}$. Cụ thể, xét dãy các điểm $p_0 = p, p_1, ..., p_k = q$ của $\bar{X}$, dãy các điểm $a_1, a_2, ..., a_k$ của D và dãy các ánh xạ $f_1, ..., f_k$ trong $F_{X,Y}$ thỏa mãn

$$f_i(0) = p_{i-1}, f_i(a_i) = p_{i,} \qquad \forall_i = 1, ..., k$$

Tập hợp $\alpha = \ p_0, ..., p_k, a_1, ..., a_k, f_1, ..., f_k$ thỏa mãn các điều kiện trên được gọi là một dây chuyền chỉnh hình nối p và q trong $\bar{X}$.

Ta định nghĩa

$$d_{X,Y}(p,q) = \inf_{\alpha} \left\{ \sum_{i=1}^{k} \rho_D(0, a_i), \quad \alpha \in \Omega_{p,q} \right\},$$

trong đó $\Omega_{p,q}$ là tập hợp tất cả các đây chuyền chỉnh hình nối p và q trong $\bar{X}$.

Khi đó $d_{X,Y} : \bar{X} \times \bar{X} \to R$ là một giả khoảng cách trên $\bar{X}$ và gọi là giả khoảng cách tương đối Kobayashi.

Nếu p hoặc q nằm trên biên của X, dây chuyền chỉnh hình nối giữa hai điểm có thể không tồn tại. Trong trường hợp này ta định nghĩa

$$d_{X,Y}(p,q) = \infty.$$

1.2.2. Một số tính chất của giả khoảng cách tương đối Kobayashi

1.2.2.1. Giả khoảng cách tương đối Kobayashi $d_{X,Y}$ là mở rộng của giả khoảng cách Kobayashi d_X theo nghĩa $d_X = d_{X,X}$.

1.2.2.2. Vì $H(D,X) \subset F_{X,Y} \subset H(D,Y)$, ta có

$$d_Y \le d_{X,Y} \le d_X.$$

1.2.2.3. $d_{D^*,D} = d_D$.

Thật vậy, bất đẳng thức $d_{D^*,D} \ge d_D$ là trường hợp đặc biệt của tính chất trên. Dùng ánh xạ đồng nhất $Id_D \in F_{D^*,D}$ như là dây chuyền chỉnh hình nối hai điểm của D ta nhận được bất đẳng thức ngược lại.

1.2.2.4. Tính chất giảm khoảng cách

Giả sử X, X' *tương ứng là các không gian con phức compact tương đối của các không gian phức* Y, Y'. *Nếu* $f: Y \to Y'$ *là ánh xạ chỉnh hình thỏa mãn* $f(X) \subset X'$, *thì*

$$d_{X',Y'}(f(p), f(q)) \le d_{X,Y}(p,q) \ \ \forall p, q \in \overline{X}.$$

Hơn nữa, $d_{X,Y}$ *là khoảng cách lớn nhất trên* $\overline{X}$ *trong các giả khoảng cách có tính chất giảm qua các ánh xạ chỉnh hình* $f \in F_{X,Y}$. *Tức là, nếu* $\delta_{\overline{X}}$ *là giả khoảng cách trên* $\overline{X}$ *thỏa mãn*

$$\delta_{\overline{X}}(f(a), f(b)) \le d_D(a,b) \text{ với } a, b \in D \text{ và } f \in F_{X,Y},$$

thì

$$\delta_{\overline{X}}(p,q) \le d_{X,Y}(p,q) \text{ với } p, q \in \overline{X}.$$

1.2.2.5. Định lí

Giả sử $X \subset Y$ *và* $X' \subset Y'$. *Khi đó với* $p, q \in \overline{X}$ *và* $p', q' \in \overline{Y}'$ *ta có*

$$d_{X\times X', Y\times Y'}((p,p'),(q,q')) = \max \ d_{X,Y}(p,q), d_{X',Y'}(p',q') \ .$$

1.2.2.6. Hệ quả

$$d_{D^{*k}\times D^{n-k}, D^n} = d_{D^n}.$$

1.2.2.7. Mệnh đề

Giả sử $X \subset Y$. *Khi đó*

(i) $d_{X,Y}$ *liên tục trên* $X \times X$ *và nửa liên tục dưới trên* $\overline{X} \times \overline{X}$.

(ii) Nếu X *là phần bù của tập con giải tích đóng* A *của* Y *thì* $d_{X,Y}$ *liên tục trên* $Y \times Y$.

1.3. Hàm độ dài và khoảng cách sinh bởi hàm độ dài

Giả sử X là đa tạp phức, một hàm độ dài E trên nón tiếp tuyến $T(X)$ là hàm thực, không âm, liên tục và thỏa mãn:

i. $E(v) = 0$ nếu $v = 0$.

ii. $E(av) = |a| E(v)$ với $a \in \mathbb{C}$, $v \in T(X)$.